ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

2010
№ 1
АСТРОНОМИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Научный журнал | Основан в марте 1991 г.
Удмуртский государственный университет | г. Ижевск

СОДЕРЖАНИЕ

Редакционно-издательский отдел

426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 4, ком. 336
телефон: 8 (3412) 916-015
http://www.vestnik.udsu.ru

ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

АСТРОНОМИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА 2010. №1

УДК 530.145.61

Б. П. Кондратьев

ОБ ОДНОЙ НЕТОЧНОСТИ ИСААКА НЬЮТОНА

Второй фокус эллиптической орбиты Луны играет важную роль: в этой точке находится маленькое зеркальце, в которое иногда «смотрится» Луна.

Ключевые слова: поступательно-вращательное движение Луны, законы Кеплера.

Введение

Луна — естественный спутник Земли — весьма примечательный объект на небе. Невооруженным глазом на ней видны темно-желтые пятна, их называют «морями» и «материками». Некоторые древнегреческие философы даже полагали, что это отражение лика Земли. Но если присмотреться, рисунок пятен остается всегда один и тот же, что делает несостоятельной эту экстравагантную гипотезу — ведь рисунок должен был бы меняться из-за быстрого суточного вращения самой Земли или, так как древние считали Землю покоящейся, из-за суточного поступательного движения Луны. Если же пятна принадлежат самой Луне, вывод будет еще более интересным: значит, Луна «смотрит» на Землю всегда одной и той же своей стороной.

Возникает увлекательная задача объяснения наблюдаемого явления. Однако вплоть до конца семнадцатого века все астрономические теории первым делом брались за объяснение только поступательного движения Луны. Это и понятно, ведь самыми заметными на небе являются фазы Луны и связанное с ними ее поступательное движение на фоне звезд. По фазам Луны отсчитывали время, по ее положению среди звезд можно было определять долготу корабля на море. Собственное же вращение Луны долгое время оставалось скрытым для землян, и задача о нем могла возникнуть лишь при достаточно высоком уровне развития астрономии. Ни в фундаментальном труде Клавдия Птолемея «Альмагест», где Луне посвящены четвертая и пятая книги, ни у Коперника автор этой заметки не нашел объяснений удивительной особенности вращающейся Луны — равенства ее суток лунному месяцу.

§ 1. Объяснение вращения Луны в первом приближении

Вначале рассмотрим поступательно-вращательное движение Луны вокруг Земли на одной простой, но не тривиальной модели. Пусть орбита

Луны чисто круговая. Представим себе, что в плоскости этой орбиты с центром в центре Земли расположен жесткий диск, и для Луны в нем на соответствующем расстоянии от центра вырезан кружок, в котором она свободно вращается вокруг собственной оси. Диск в целом тоже вращается. Тогда наблюдатель на Земле может подобрать этому диску такую угловую скорость вращения Ω, при которой Луна не будет иметь ни поступательного, ни — самое главное — вращательного движения относительно любой точки диска, включая и наблюдателя в центре. Поступательное движение Луны сразу исключается, если угловая скорость задается по известной продолжительности лунного сидерического месяца:

$$\Omega = \frac{2\pi}{27{,}32\,\text{сут.}}. \tag{1.1}$$

Главное же в том, что Луна всегда будет смотреть на центр одной и той же стороной в том, и только в том случае, если она вращается вокруг своей оси с той же угловой скоростью Ω.

Объясним, почему так получается. Любая точка такого диска на расстоянии r от центра имеет скорость $v = \Omega \cdot r$, и, как говорят в механике, здесь существует поле скоростей. Важной характеристикой любого поля скоростей является вихрь (или ротор) ζ. Необходимость привлечения понятия ротора вытекает из того, что именно он представляет локальное вращение в заданной точке поля скоростей. Дело в том, что при общем вращении диска происходит и локальное (собственное) вращение любой материальной точки с угловой скоростью $\frac{1}{2}\zeta$. В общем случае ротор — это вектор, но в данной плоской задаче отлична от нуля только одна его составляющая:

$$\zeta = \mathrm{rot}_3\ v = \frac{1}{r}\frac{d}{d\,r}\,(r\ v) = \frac{\Omega}{r}\frac{d}{d\,r}\left(r^2\right) = 2\ \Omega. \tag{1.2}$$

Таким образом, в любой точке диска с жестким вращением ротор ζ равен удвоенной угловой скорости вращения диска. Следовательно, твердотельное вращение замечательно не только одинаковостью угловых скоростей всех частиц диска при обращении вокруг центральной оси, но еще и тем, что индуцируемое собственное вращение каждой его частицы (в том числе и частиц на центральной оси) будет происходить с одинаковой для всех локальной угловой скоростью. Для Луны это означает следующее: чтобы наш спутник смотрел на Землю всегда одной стороной, он должен иметь собственное осевое вращение с той же угловой скоростью Ω.

Другими словами, вращение малого кружка, выделенного мелом на диске, для любого (!) наблюдателя будет таким же, как и видимое вращение Луны. Отсюда вытекает, что один и тот же вид поверхности Луны для земного наблюдателя не должен скрывать главного — ее осевого вращения относительно инерциальной системы координат и других (внешних) тел солнечной системы. Из указанных особенностей вращения Луны следует: лунные сутки в точности равны лунному месяцу.

§ 2. Законы Кеплера

Важный шаг в развитии астрономии связан с открытием трех законов Кеплера движения планет вокруг Солнца.

1-й закон (1609 г.). Орбита каждой планеты есть эллипс, в одном из фокусов которого находится Солнце (рис. 1). Согласно первому закону, движение происходит по эллипсу с полуосями $a_1 > a_2$, уравнение которого в полярных координатах с началом в фокусе f_1 имеет вид

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\theta}, \tag{2.1}$$

где r — радиус-вектор движущегося тела, θ — истинная аномалия (угол, изменяющийся от 0 до 2π). В фокусе f_1 эллипса и находится Солнце.

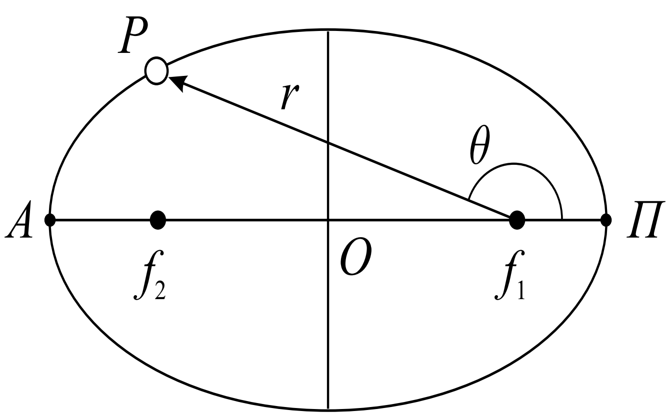

Рис. 1. Траектория планеты – эллипс с центром в O ,точки f_1 и f_2 – его фокусы, П и A – перигей и апогей, r – радиус-вектор планеты P , θ – угол истинной аномалии

2-й закон (1609 г.). Радиус–вектор планеты за равные промежутки времени описывает равные площади.

3-й закон (1619 г.). Квадраты сидерических периодов обращения двух планет относятся друг к другу как кубы их средних расстояний от Солнца.

Кеплер попытался описать и движение Луны по эллипсу, но без особых успехов — Луна плохо подчинялась открытым законам. Чтобы проникнуть в тайны движения Луны, мало одной кинематики, не хватало главного — знания действующей на Луну силы.

Наступила эпоха Ньютона. В 1687 г. вышли в свет знаменитые «Математические начала натуральной философии», где Ньютон сформулировал основные понятия и принципы классической механики и, в частности, заложил основы новой науки — небесной механики. Здесь же Ньютон математически строго подтвердил пребывающую до него в пеленках гипотезу о законе обратных квадратов и тем самым открыл (лучше сказать — строго доказал, так как идею высказывали и другие) закон Всемирного тяготения. Был найден ключ к объяснению многих тайн Природы. С помощью этого закона Ньютон объяснил и обобщил эмпирические законы Кеплера.

Своей очереди ждала и задача о Луне. Для нее к тому времени стали известны новые, весьма любопытные и тонкие наблюдательные факты. С появлением телескопов были обнаружены (и то далеко не сразу!) малые покачивания тела Луны. Это случилось в 1637 г. Галилей, систематически изучая Луну в телескоп на вилле в Арчетри (где он пребывал в качестве пленника инквизиции), обнаружил: «Луна открывает и скрывает свои волосы и часть диаметрально противоположного подбородка, что можно назвать понижением и поднятием лица» [1] . Кроме того, «Луна поворачивает свою голову то направо, то налево, и открывает то или другое ухо». В этих словах итальянский ученый красочно представил замечательный и тонкий эффект: периодическое перемещение деталей рельефа относительно края видимого лунного диска. Так была открыта оптическая либрация (от латинского «libratio» — покачивание). Теории был сделан вызов.

Как же Ньютон объяснял видимые покачивания тела Луны, то есть оптическую либрацию?

§ 3. Движение Луны по законам Кеплера

С открытием законов Кеплера начался новый этап в исследовании движения Луны. Сейчас известно, что масса Луны равна $\dfrac{1}{81,3}$ от массы нашей планеты (ни одна планета в Солнечной системе из восьми ныне признанных не имеет столь массивного в сравнении с ней самой спутника). Луна движется с запада на восток со средней скоростью $1,02$ *км/с* по приблизительно эллиптической орбите вокруг нашей планеты в том же направлении, в каком движется и Земля вокруг Солнца. Ее орбита довольно вытянута и имеет эксцентриситет $e = \sqrt{1 - \dfrac{a_2^2}{a_1^2}} \approx 0,0549,$ так что минимальное расстояние между центрами Земли и Луны, согласно формуле (2.1), равно $q = 363300$ *км* (Луна в перигее), максимальное (Луна в апогее) составляет $Q = 405500$ *км*. Среднее расстояние равно 384400 *км* — это и есть большая полуось a_1 орбиты Луны. С хорошим приближением можно считать, что в первом фокусе эллипса f_1 находится центр Земли. А вот во втором... Впрочем, все по порядку!

§ 4. Объяснение оптической либрации Луны

Движение Луны за счет возмущений от Солнца вообще очень сложное, а открытая Галилеем оптическая либрация относится к тонким явлениям в небесной механике. Три эмпирических закона оптической либрации для Луны дал Доменико Кассини в 1693 г., и первые два гласят:

1. Луна вращается равномерно вокруг оси, причем период ее вращения совпадает с периодом обращения по орбите вокруг Земли.

2. Плоскость экватора Луны сохраняет постоянный (сейчас бы сказали — почти постоянный) наклон к эклиптике, то есть к плоскости движения Земли вокруг Солнца.

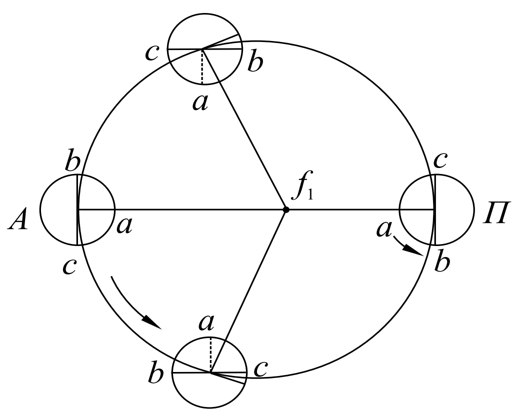

Рис. 2. Оптическая либрация Луны по долготе. Пространственная ориентация тела Луны представлена тремя точками a, b, c. Малые секторы (выделены более толстыми линиями) показывают дополнительные при обзоре с Земли участки лунной поверхности

Ньютон объяснил оптическую либрацию Луны по долготе как следствие неравномерного ее движения по эллиптической орбите вокруг Земли (согласно второму закону Кеплера, в перигее поступательная скорость больше, а в апогее — меньше) при строго равномерном вращении вокруг оси. (Однако еще за тридцать лет до Ньютона фактически правильное объяснение дали Гевелий и Риччиоли.)В каждый момент времени мы видим ровно половину поверхности Луны, однако за лунный месяц (различают несколько лунный месяцев, но без потери смысла здесь это можно не учитывать) астрономы могут видеть до 59% этой поверхности.

Рассмотрим рис. 2. За четверть месяца после прохождения перигея П Луна несколько «торопится» и проходит путь немногим больше четверти всей орбиты, а вокруг оси повернется ровно на 90° . В этом положении мы с правого (западного) края Луны будем видеть сектор, ранее недоступный нам. В апогее A будет видна та же часть поверхности, что и в перигее. В следующую же (третью) четверть месяца Луна неторопливо пройдет уже меньше четвертой части орбиты, а угол поворота будет равен 270° , так что нам откроется ранее невидимая часть ее поверхности с восточного края. Это и есть оптическая либрация Луны по долготе. В точках A и П либрация по долготе обращается в нуль.

Для полноты добавим, что существует также либрация Луны по широте и либрация суточная, но мы их здесь не рассматриваем. Из сказанного читатель должен уяснить, что под оптической либрацией понимают лишь кажущиеся (чисто геометрический эффект!) покачивания тела Луны.

На качественном уровне Ньютон полностью объяснил оптическую либрацию Луны. Однако, похоже, что при ее описании допустил одну небольшую неточность.

§ 5. Куда смотрит Луна?

Итак, наблюдения свидетельствуют: лунный шар всегда обращен к Земле преимущественно одной стороной. Но почему, каким образом возникла столь яркая особенность в движении Луны? Знаменитый механик и математик Лагранж первым приблизился к ответу на этот трудный вопрос. Еще в 1764 г. он установил, что «форма Луны должна быть эллипсоидом с наибольшей осью, направленной к Земле. (**Мы же уточняем, что, строго говоря, эта ось направлена не на Землю, а совершает небольшие колебания относительно точки второго фокуса**. - *Б.К.*) И если даже первоначально период вращения Луны не совпадал с периодом обращения вокруг Земли, все равно через некоторое время два этих периода, согласно Лагранжу, должны были сравняться из-за влияния притяжения Земли и связанной с ним приливной диссипацией энергии вращения нашего спутника».

Далее Ньютон пишет: «... Вследствие этого ... с Земли наблюдается одна и та же сторона Луны; в другом положении тело Луны не могло бы находиться в покое, а постоянно возвращалось бы к этому положению, совершая колебания. Но эти колебания, вследствие малости действующих сил, происходили бы весьма медленно, так что та сторона, которая должна бы быть постоянно обращена к Земле, могла бы быть обращена и к другому фокусу лунной орбиты ... *без того, чтобы немедленно быть оттянутой и повернутой к Земле*».

Определенно, Ньютон говорит здесь о новом весьма тонком эффекте: из-за оптической либрации немного вытянутая фигура Луны должна совершать еще и очень малые вращательные колебания, но уже не кажущиеся, а действительно происходящие относительно ее центра масс. Это первое предсказание физической либрации Луны. Но при этом само явление оптической либрации Ньютон описывает слишком расплывчато и даже двусмысленно. Действительно, из его фразы, выделенной выше курсивом, нельзя понять, как сторона Луны, которая должна бы быть постоянно обращена к Земле, могла бы быть обращена и к другому фокусу лунной орбиты. Ведь расстояние между обоими фокусами орбиты Луны достигает значения 42207 *км*, что составляет $3,3$ поперечника Земли — не так уж мало. Поэтому указанные слова Ньютона больше озадачивают, чем проясняют суть дела.

В другом месте «Начал» читаем: «Так как для Луны, при равномерном ее обращении вокруг оси ее, сутки равны нашему месяцу, то к нижнему фокусу ее орбиты будет всегда обращена почти постоянно одна и та же сторона ...» «К нижнему», значит ко второму фокусу орбиты. У эллипса, как известно, есть два фокуса: в одном находится центр Земли (точнее, системы Земля–Луна), а на другой фокус, по высказанному здесь мнению Ньютона, *будет всегда обращена почти постоянно одна и та же сторона Луны.*

Однако никакой определенности к первому утверждению эта фраза Ньютона, увы, не добавляет. Как может выделенный радиус Луны почти постоянно быть направленным в одну и ту же точку внешнего пространства? Ведь процесс оптической либрации происходит непрерывно! И как сейчас мы убедимся, на самом деле все наоборот: выделенный радиус Луны почти постоянно не направлен (!) в точку второго фокуса, а совершает колебания относительно направления на него.

Конечно, на основании сказанного вряд ли можно говорить об ошибке Ньютона, тем не менее недопонимание сути дела в вопросе о действительном направлении выделенного радиуса Луны в ходе оптической либрации по долготе проявляется у Ньютона совершенно определенно. Не чувствуется чеканной ясности, характерной для этого великого ученого, авторитет которого и сейчас необычайно высок. Неудивительно, что некоторая неясность в описании данного явления встречается и в научно-популярной литературе.

Замечательный популяризатор науки Я. И. Перельман в книге «Занимательная астрономия» сначала пишет: «... когда Луна оказывается в E, радиус Луны, обращенный к Земле в точке A, опишет дугу в 90° и будет направлен ... к точке ... неподалеку от другого фокуса лунной орбиты». А ниже читаем: «... Луна неизменно обращена одной и той же стороной не к Земле, а к другому фокусу своей орбиты...». Здесь первая фраза (верная!) вступает в противоречие со второй.

Известный российский астроном В.И.Бронштэн в содержательной книге «Как движется Луна» приводит без каких–либо комментариев указанный выше взгляд Ньютона на характер движения Луны.

И даже крупный ученый, специалист по вращению Луны Моутсулас в известной коллективной монографии «Физика и астрономия Луны» (в переводе с английского языка), говоря о предсказании Ньютоном физической либрации, приводит его слова также, к сожалению, без каких–либо критических комментариев.

§ 6. Тайная роль второго фокуса

Любой эллипс, не вырожденный в окружность, имеет два фокуса. В астрономии первый закон Кеплера утверждает: в одном из фокусов находится притягивающий центр — для планет это Солнце, для Луны Земля и т.д. Точка же второго фокуса для планет не играет никакой физической роли и представляет собой просто геометрическую точку. Другая ситуация складывается при описании синхронного движения Луны. Здесь второй фокус кинематически выделяется именно тем, что вокруг направления на него главная ось Луны совершает небольшие колебания. Такова же роль второго фокуса и для других спутников с синхронным вращением в Солнечной системе. Однако особого физического смысла для четырех галилеевских спутников Юпитера этот второй фокус не имеет, так как находится глубоко внутри самого Юпитера. А вот система Земля–Луна уникальна тем, что только здесь точка второго фокуса лежит далеко за пределами Земли (более трех ее диаметров), и не считаться с этим фактом в современной небесной механике уже нельзя.

Чтобы выяснить, что происходит с направлением главной оси, или большой оси инерции, рассмотрим движение Луны по эллипсу с эксцентриситетом $e = 0,0549$ при совпадении периодов осевого вращения и обращения Луны вокруг Земли (рис.3). Далее ограничимся двумя законами Кеплера. Согласно первому закону в точке первого фокуса эллипса находится центр масс Земля–Луна. Еще в древности астрономы, а позднее и Кеплер, наряду с истинной аномалией θ вводили угол эксцентрической аномалии E. Оба угла связаны между собой таким тригонометрическим соотношением:

$$\cos\theta = \frac{\cos E - e}{1 - e\cos E}. \tag{6.1}$$

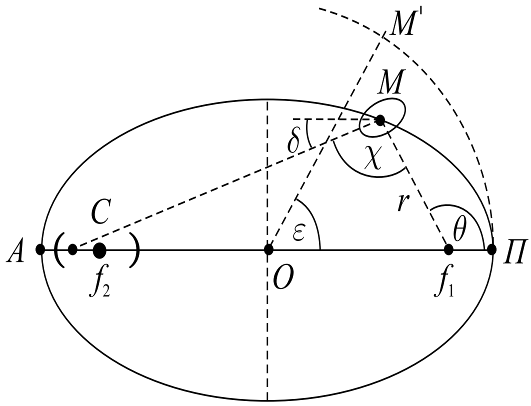

Рис. 3. Большой эллипс — орбита Луны M (для наглядности сжатие преувеличено), П и A — точки перигея и апогея, f_1 и f_2 — фокусы эллипса, центр масс Земля–Луна находится в первом фокусе. Малый эллипс изображает фигуру Луны

За время, протекшее от момента, когда Луна находилась в перигее ($E = 0,\ \theta = 0$), до момента с заданными в данный момент времени t значениями этих углов E и θ, радиус-вектор Луны заметает площадь

$$S = \frac{a_1 a_2}{2}\left(E - e\sin E\right). \tag{6.2}$$

Второй закон Кеплера требует, чтобы отношение этой площади к полной площади эллипса было равно отношению соответствующих времен:

$$\frac{S}{\pi a_1 a_2} = \frac{t}{T}, \tag{6.3}$$

где T — период обращения по эллипсу. Отсюда находим

$$t = \frac{(E - e\sin E)}{2\pi} T. \tag{6.4}$$

Поскольку осевая угловая скорость вращения Луны Ω должна быть равна (по условию синхронного ее обращения вокруг Земли) среднему значению угловой скорости $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ при обращении вокруг нашей планеты, то угол поворота большой оси инерции Луны за указанное время t равно

$$\delta = t\cdot\Omega = t\cdot\omega = \frac{T\omega}{2\pi}\left(E - e\sin E\right) = E - e\sin E. \tag{6.5}$$

Рассмотрим треугольник f_1MC. В нем

$$\frac{d_{C\,f_1}}{\sin\chi} = \frac{r}{\sin(\theta-\chi)}, \quad \delta+\chi=\theta \quad , d_{C\,f_1} = r\frac{\sin\chi}{\sin\delta}. \tag{6.6}$$

Нас интересует расстояние $\Delta = d_{C\,f_2} = 2a_1 e - d_{C\,f_1}$. Для него имеем

$$\frac{\Delta}{a_1} = 2e - \frac{1-e^2}{1+e\cos\theta}\frac{\sin\chi}{\sin\delta} = 2e - \frac{1-e^2}{1+e\cos\theta}\left\{\sin\theta\,\mathrm{ctg}\delta - \cos\theta\right\}. \tag{6.7}$$

Определим теперь $\mathrm{ctg}\,\theta$ как функцию от угла E (или θ):

$$\mathrm{ctg}\,\delta = \mathrm{ctg}\,(E - e\sin E) = \frac{1+\mathrm{tg}E\cdot\mathrm{tg}\,(e\sin E)}{\mathrm{tg}E - \mathrm{tg}\,(e\sin E)}. \tag{6.8}$$

Поскольку

$$\cos E = \frac{e+\cos\theta}{1+e\cos\theta};\ \sin E = \frac{\sin\theta\sqrt{1-e^2}}{1+e\cos\theta};\ \mathrm{tg}E = \frac{\sin\theta\sqrt{1-e^2}}{e+\cos\theta}, \tag{6.9}$$

получается

$$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{1+\dfrac{\sqrt{1-e^2}\sin\theta}{e+\cos\theta}\cdot\mathrm{tg}\left[\dfrac{e\sqrt{1-e^2}\sin\theta}{1+e\cos\theta}\right]}{\dfrac{\sqrt{1-e^2}\sin\theta}{e+\cos\theta} - \mathrm{tg}\left[\dfrac{e\sqrt{1-e^2}\sin\theta}{1+e\cos\theta}\right]}. \tag{6.10}$$

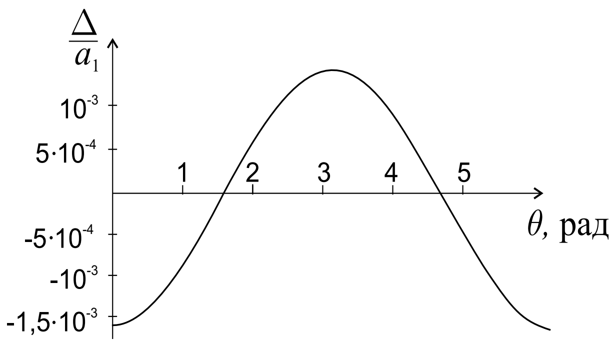

Рис. 4. График для величины $\dfrac{\Delta}{a_1}$ как функция угла истинной аномалии θ

В итоге выясняется, что искомое расстояние от точки второго фокуса, на котором продолжение большой оси инерции Луны пересекает главную ось орбиты Луны, отлично от нуля и связано с полуосью a_1 таким соотношением:

$$\frac{\Delta}{a_1} = e + \cos E - \operatorname{ctg}\delta\sqrt{1-e^2}\sin E. \qquad (6.11)$$

Результаты расчетов по этой формуле приведены на рис. 4. Разложение в ряд по степеням малого эксцентриситета

$$\frac{\Delta}{a_1} = -\frac{\cos E}{2}e^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - 2\cos^2 E\right)e^3 - \frac{\cos E}{24}\left(1 + 8\cos^2 E\right)e^4 + \ldots \qquad (6.12)$$

дает, что в первом приближении эффект искомого отклонения пропорционален квадрату эксцентриситета орбиты Луны. Итак, при обращении Луны по эллипсу вокруг Земли конец большой оси инерции нашего спутника не всегда будет направлен в точку второго фокуса, но совершает (без учета малой физической либрации) колебательные движения в окрестности этой самой точки:

$$-1,5933 \cdot 10^{-3} \leqslant \frac{\Delta}{a_1} \leqslant 1,4275 \cdot 10^{-3}. \qquad (6.13)$$

В линейной мере $-612\,$*км* $\leqslant \Delta \leqslant 548\,$*км*. Обратим внимание на некоторую асимметрию относительно точки фокуса f_2 интервала изменения величины Δ. Как вы думаете, в чем причина такой асимметрии? И еще. Полученная формула для величины $\dfrac{\Delta}{a_1}$ описывает оптическую либрацию по долготе для наблюдателя, расположенного в первом фокусе орбиты. А какой же будет величина этой либрация для наблюдателя, переместившегося во второй фокус или в центр эллипса? Другими словами, в какой из трех указанных точек можно будет видеть наибольшую дополнительную (к 50%) площадь Луны?

Ответы на эти вопросы вдумчивым читателям предлагается найти самостоятельно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ньютон И. Начала // Собр. трудов акад. А. Н. Крылова. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1936. Т. 7.
2. Перельман Я. И.. Занимательная астрономия. М.: Физматгиз, 1961.
3. Бронштэн В. А. Как движется Луна. М.: Наука, 1990.
4. Моутсулас М. Д. Либрации Луны // Физика и астрономия Луны/ под ред. З. Копала; пер. с англ. М.: Мир, 1971.

Поступила в редакцию 01.09.09

АСТРОНОМИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА 2010. №1

B. P. Kondratyev

About one inexactnesses of Isaak Newton

The second focus of the elliptical orbit of the Moon has inportant role: there is a small mirror, in which sometimes looks the Moon.

Keywords: translational-rotary motion of the Moon, laws of Kepler.

Кондратьев Борис Петрович,
доктор физико-математических
наук, профессор
ГОУВПО «Удмуртский
государственный университет»,
426034, Россия, г. Ижевск,
ул. Университетская, 1 (корп. 6)
E-mail: kond@uni.udm.ru

Kondratyev Boris Petrovich,
doctor of physical-mathematical
science, professor
E-mail: kond@uni.udm.ru