ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

2010 № 1

АСТРОНОМИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Научный журнал — Основан в марте 1991 г.

Удмуртский государственный университет — г. Ижевск

СОДЕРЖАНИЕ

Редакционно-издательский отдел

426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 4, ком. 336
телефон: 8 (3412) 916–015
http://www.vestnik.udsu.ru

ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

АСТРОНОМИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА 2010. №1

УДК 530.145.61

Н. Г. Трубицына

ФИГУРА РАВНОВЕСИЯ ВНУТРИ ДВУХ ГРАВИТИРУЮЩИХ КОЛЕЦ

В приливном приближении получена формула, описывающая приращение квадрата угловой скорости центральной фигуры равновесия вследствие влияния на эту фигуру двух гравитирующих колец. Формула применяется к галактике NGC 7702, окруженной двумя кольцами.

Ключевые слова: потенциал, гравитирующий тор, приливное приближение, фигуры равновесия

Введение

Из наблюдений известно, что многие галактики имеют одно [1], а иногда и два внешних кольца. К последним относится, например, галактика NGC 7702 [2]. Сами кольца состоят из звезд или газа (пыли), но могут иметь и смешанную природу. Существование галактик с кольцами делает актуальной задачу по изучению того влияния, которое гравитирующие кольца оказывают на вращающуюся внутри них фигуру равновесной галактики. В работе [3] был дан общий метод, позволяющий учитывать воздействие колец в приливном приближении на центральную фигуру равновесия. В данной заметке указанный метод дополнен и распространен на тот случай, когда галактики (или звезды) имеют вокруг себя не одно, а два кольца.

§ 1 Постановка задачи и основные формулы

Рассмотрим однородную (плотности ρ) вращающуюся с угловой скоростью Ω гравитирующую фигуру равновесия в виде сфероида Маклорена. Поверхность сфероида описывается уравнением

$$\frac{R^2}{a_1^2}+\frac{x_3^2}{a_3^2}=1, \quad \left(R^2=x_1^2+x_2^2,\ a_1\geqslant a_3\right). \tag{1.1}$$

Пусть этот сфероид окружен двумя концентрически расположенными гравитирующими торами: в цилиндрических координатах поверхность первого и, соответственно, второго тора

$$(R-R_0)^2+x_3^2=r_0^2; \quad \left(R-{R'}_0\right)^2+x_3^2={r'_0}^2. \tag{1.2}$$

Здесь R_0 и R'_0 – радиусы осевых окружностей в торах, а r_0 и r'_0 – радиусы рукавов в них. Приливной потенциал торов на точку $(R,\, x_3)$ центральной фигуры представим в виде [3]

$$\varphi_{\text{tor}} = \alpha\left(R^2 - 2x_3^2\right); \quad \varphi'_{\text{tor}} = \alpha'\left(R^2 - 2x_3^2\right). \tag{1.3}$$

Здесь α и α' – неотрицательные коэффициенты, подлежащие в дальнейшем определению.

Полный потенциал системы складывается из потенциала самой фигуры, потенциалов колец и центробежного потенциала:

$$\begin{aligned} W &= \pi G\rho\left(I - A_1R^2 - A_3x_3^2\right) + \frac{1}{2}\Omega^2R^2 + \left(\alpha+\alpha'\right)\left(R^2 - 2x_3^2\right) = \\ &= \pi G\rho I + \left(\frac{\Omega^2}{2} - \pi G\rho A_1 + \alpha + \alpha'\right)R^2 - \left(\pi G\rho A_3 + 2\alpha + 2\alpha'\right)x_3^2. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Так как граничная поверхность центральной фигуры равновесия (1.1) должна быть уровенной [4], из (1.4) имеем пропорцию

$$\frac{\frac{\Omega^2}{2} - \pi G\rho A_1 + \alpha + \alpha'}{\pi G\rho A_3 + 2\alpha + 2\alpha'} = -\frac{a_3^2}{a_1^2}. \tag{1.5}$$

Из (1.5) находим квадрат угловой скорости фигуры

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = A_1 - \frac{a_3^2}{a_1^2}A_3 - \left(\alpha+\alpha'\right)\left[1 + 2\frac{a_3^2}{a_1^2}\right]. \tag{1.6}$$

Так как для невозмущенного сфероида Маклорена [4]

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = A_1 - \frac{a_3^2}{a_1^2}A_3, \tag{1.7}$$

то приращение квадрата угловой скорости за счет возмущения от колец будет составлять

$$\delta\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho}\right) = -\frac{(\alpha+\alpha')}{\pi G\rho}\left[3 - 2e^2\right], \tag{1.8}$$

где $e^2 = 1 - \dfrac{a_3^2}{a_1^2}$ – квадрат эксцентриситета центральной фигуры.

Чтобы найти коэффициенты α и α', обратимся к работе [5]. Из нее следует, что в приливном приближении потенциал однородного кругового тора на оси симметрии Ox_3 равен

$$\varphi_{\text{tor}} = D_2x_3^2, \tag{1.9}$$

причем сам коэффициент D_2 равен

$$D_2 = -\frac{2}{3}\frac{M_{tor}G}{\pi r_0^2 R_0}\Phi(k); \qquad \Phi(k) = \left[\left(1-2k^2\right)E(k) - \left(1-k^2\right)K(k)\right]; \quad k = \frac{r_0}{R_0}. \tag{1.10}$$

С другой стороны, согласно (1.3), приливной потенциал тора на оси симметрии есть

$$\varphi_{\rm tor} = -2\alpha x_3^2. \tag{1.11}$$

Сравнивая формулы (1.9) и (1.11), находим:

$$-2\alpha = D_2. \tag{1.12}$$

С учетом (1.12), формула (1.8) принимает вид

$$\delta\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho}\right) = \frac{1}{2}\left(D_2 + D'_2\right)\left[3-2e^2\right]. \tag{1.13}$$

Для численных оценок с известной из наблюдений точностью можно приближенно принять $D_2 \approx D'_2$, так что

$$\delta\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho}\right) \approx D_2\left[3-2e^2\right]. \tag{1.14}$$

Учитывая теперь, что квадрат угловой скорости сфероида Маклорена равен [4]

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3}\left(3-2e^2\right)\arcsin e - \frac{3\left(1-e^2\right)}{e^2}, \tag{1.15}$$

для относительного приращения этой величины получим выражение

$$\chi = \frac{\delta\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho}\right)}{\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho}} \approx \frac{4}{9\pi}\frac{M_{\rm tor}}{M_0}\frac{a_1}{R_0}\left(\frac{a_1}{r_0}\right)^2 \frac{e^3\Phi(k)}{\arcsin e - \frac{3e\sqrt{1-e^2}}{3-2e^2}}, \tag{1.16}$$

где $\Phi(k)$ дана в (1.10).

Учитывая, что для галактики NGC 7702 [2]

$$e^2 \approx 0.56, \;\; R_0 \approx 5\cdot 10^4 \textit{св.лет} \; = \; 5\cdot 10^{17}\textit{км}, \;\; \frac{a_1}{R_0} \approx 0.031, \qquad \frac{a_1}{r_0} \approx 0.23, \;\; k \approx 0.13, \;\; \frac{M_{tor}}{M} \approx 0.2, \tag{1.17}$$

получим

$$\chi \approx 3.6\cdot 10^{-4}\cdot \Phi(k) \approx 1.1\cdot 10^{-5}. \tag{1.18}$$

§ 2 Заключение

Получена формула, описывающая приливное влияние на центральную фигуру равновесия от двух кольцевых структур. Применение этой формулы к галактике NGC 7702 в предположении, что при известном из наблюдений сжатии галактика вращается столь же быстро, как и сфероид Маклорена, указывает на малое влияние колец на форму данной галактики. Дополнительные сведения об истинной роли колец могла бы дать отсутствующая на данный момент информация о вращении NGC 7702.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронцов-Вельяминов Б. А. Внегалактическая астрономия. М.: Наука, 1978. 480 с.
2. Buta R. Weakly barred early-type ringed galaxies. IV The double-ringed SO $^{+}$ galaxy NGC 7702 // Astr. J. 1991. Vol. 370. P. 130-139.
3. Кондратьев Б. П., Трубицына Н. Г. Приливное влияние колец на центральные фигуры равновесия // Вест. Удм. ун-та. Сер. Астрономия и математическая физика. 2010. Вып. 1. С. 69-82.
4. Кондратьев Б. П. Динамика эллипсидальных гравитирующих фигур. М.: Наука, 1989. 272 с.
5. Кондратьев Б. П., Трубицына Н. Г. Разложение внутреннего потенциала однородного кругового тора в ряд Лапласа // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып.1 С. 23-26.

Поступила в редакцию 01.09.08

N. G. Trubitsina

The equilibrium figure in two gravitating rings

In tidal approach is received the formula, describing increment of the square angular velocity of the central equilibrium figure in consequence of influence upon it of two gravitating rings. The formula is used to the galaxy NGC 7702, surrounded by two rings.

Keywords: potential, gravitating torus, tidal approximation, equilibrium figures

Трубицына Наталья Геннадьевна,
старший преподаватель
ГОУВПО «Удмуртский
государственный университет»,
426034, Россия, г. Ижевск,
ул. Университетская, 1 (корп. 6)
E-mail: trnat@list.ru

Trubitsina Natalya Gennadyevna,
E-mail: trnat@list.ru