

---

**ВЕСТНИК  
УДМУРТСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА**

**2010  
№ 1  
АСТРОНОМИЯ  
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
ФИЗИКА**

---

**Научный журнал**

**Основан в марте 1991 г.**

**Удмуртский государственный университет**

**г. Ижевск**

---

## **СОДЕРЖАНИЕ**

### **От научного редактора**

<i>Идельсон Н.И. Галилей и астрономия</i> .....	3
<i>Кондратьев Б.П., Антонов В.А. Метод метрической вариации в приложении к различным динамическим системам</i> .....	24
<i>Кондратьев Б.П. Об одной неточности Исаака Ньютона</i> .....	40
<i>Кондратьев Б.П., Трубицына Н.Г. Фигуры равновесия компактных газопылевых туманностей в Галактике</i> .....	52
<i>Кондратьев Б.П., Трубицына Н.Г. Приливное влияние колец на центральные фигуры равновесия</i> .....	68
<i>Трубицына Н.Г. Фигура равновесия внутри двух гравитирующих колец</i> .....	82
<i>Кондратьев Б.П., Антонов В.А. Необходимость нелинейной квантовой механики</i> .....	86
<i>Кондратьев Б.П., Антонов В.А. О перспективах развития нелинейной квантовой механики</i> .....	106
<i>Морозова Л.Е. Об асимптотике квазиуровней двухчастичного дискретного оператора Шредингера</i> .....	112

## **Редакционный совет**

Н. И. Леонов (главный редактор),  
О. Г. Баранова (отв. редактор),  
Л. М. Клименко (отв. секретарь)  
С. Г. Морозов (техн. редактор)

## **Редакционная коллегия серии «Астрономия и математическая физика»**

Черепашук А. М. – доктор физико-математических наук,  
академик РАН (Москва)  
Гребеников Е. А. – доктор физико-математических наук,  
академик АНН (Москва)  
Рябов Ю. А. – доктор физико-математических наук, профессор (Москва)  
Кондратьев Б. П. – доктор физико-математических наук, профессор,  
научный редактор (Ижевск)  
Антонов В. А. – доктор физико-математических наук,  
профессор (С.-Петербург)  
Холшевников К. В. – доктор физико-математических наук, профессор,  
академик РАН (С.-Петербург)  
Бисноватый-Коган Г. С. – доктор физико-математических наук,  
профессор (Москва)  
Осипков Л. П. – кандидат физико-математических наук,  
доцент (С.-Петербург)  
Емельяненко В. В. – доктор физико-математических наук,  
профессор (Челябинск)  
Чубурин Ю. П. – доктор физико-математических наук,  
профессор (Ижевск)  
Трубицына Н. Г. – старший преподаватель,  
ответственный секретарь (Ижевск)

## **Редакционно-издательский отдел**

426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 4, ком. 336  
телефон: 8 (3412) 916-015  
<http://www.vestnik.udsu.ru>

УДК 530.145.61

*Б. П. Кондратьев, В. А. Антонов*

## О ПЕРСПЕКТИВАХ РАЗВИТИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Приводятся физические аргументы в пользу неизбежности необратимой эволюции волновой функции в промежуточной зоне «мезомира» между макромиром и микромиром. Объекты макромира должны обладать меньшей информационной емкостью, чем в микромире. Обсуждается вид нелинейных уравнений квантовой механики.

*Ключевые слова:* микромир, мезомир, макромир, нелинейные уравнения Шредингера, эволюция волновой функции.

### § 1. Зачем нужна нелинейность?

Возникает естественный вопрос: зачем вообще придумывать к уравнению Шредингера нелинейные члены, если и линейная квантовая механика прекрасно работает: с ее помощью объясняется огромный круг явлений, пишутся диссертации, развиваются приложения к конкретным наукам от микробиологии до астрофизики, вручаются престижные премии и т.д.

Но то же самое можно было бы сказать и о самой привычной сейчас линейной квантовой механике (вместе с теорией относительности). Действительно, классическая физика XVIII–XIX вв. не исчерпала себя до сих пор: можно сколько угодно насчитать монографий, диссертаций, сборников трудов и томов журналов, остающихся вполне в ее рамках. Ответ во всех таких случаях в общем-то одинаков: практика не может ждать, пока такая теория с соответствующим математическим аппаратом объяснит все на свете. Работы Кирхгофа по спектральному анализу с их явной практической направленностью были основаны на чисто эмпирическом знании спектров, теоретическое обоснование которых пришло значительно позже. Естественное желание (по-видимому, не у самого Кирхгофа, но у его ближайших последователей) вырваться из рамок чистой эмпирики привело в конце концов к модели Бора, объясняющей спектр водорода и послужившей одним из краеугольных камней квантовой механики. Но стоит отметить, что эмпиризм до сих пор из расчетов спектров не изгнан. Потрясающие успехи квантовой механики относятся либо к наиболее простым атомам и молекулам, либо также к достаточно простым сравнительным

закономерностям. Относительно более сложных случаев физики любят говорить, что они тоже поддаются и дадут результат, прекрасно соглашающийся с существующей теорией, была бы только мощная машина для расчета. Фактически мы не знаем, так это или не так. Отсутствует гарантия полноты существующих принципов в квантовой механике. Типичным примером служат скептические замечания в монографиях [1;2].

Но, пожалуй, важней переход от микромира к макромиру. Традиционно с этим переходом связывается постулат Борна, гласящий, что квадрат модуля волновой функции на каком-то малом макроскопическом интервале пропорционален вероятности попадания соответствующей наблюдаемой величины именно в этот интервал. Этот мост между микромиром и макромиром во многих отношениях шаткий. Прежде всего, вероятность появляется в такой роли, в какой она нигде в мире не выступает. Действительно, возьмем хотя бы классический пример с азартными играми. При бросании кости или монеты хорошо различаются два уровня описания событий. Один — это общее описание глазами заурядного наблюдателя. Другой — это внимательное перечисление всех мелких факторов, воздействующих на полет и кувыркание брошенной монеты. Если мы ограничиваемся первым, общим уровнем, то эффект мелких факторов просто неизбежно должен заменяться задаванием вероятностей из симметризации или эмпиричности. То же самое, по существу, происходит в молекулярной физике, в распространении инфекций и т. п. Следует подчеркнуть, что дело не в незнании деталей. В некоторых аналогичных случаях можно их и знать, например, если камень скатился по неровной поверхности откуда-то сверху и убил человека, тогда являются следователи, чтобы уточнить траекторию камня. Но от такой детализации объективные законы падения тел в присутствии малых возмущений не перестают быть случайными. Кстати, любой толковый уголовный кодекс отличает события, случившиеся по несчастному стечению обстоятельств, от таких, которые произошли по злому умыслу, без заметного вмешательства вероятностей.

Продолжая это обсуждение, обратим внимание, что провозглашение какой-то абсолютной вероятности означает постановку и абсолютного заклона на возможном пути научного продвижения, по существу, капитуляцию перед трудностями. Внешне это проявляется в разнообразной словесной форме, но суть остается одна. Например, возрождаемая сейчас с подачи Менского субъективная трактовка квантово-механической вероятности ничего не предсказывает и никак не способствует внутреннему увязыванию естественнонаучной картины мира, то есть ведет в тупик. Никогда ведь не замечалось, чтобы результат квантового эксперимента зависел от более или менее сильной воли наблюдателя (не путать с известным кван-

товым парадоксом Зенона). И как же действовали физические законы до появления разумного человека? Итак, процесс перехода от микромира в макромир должен носить объективный характер. Это не значит, что в таком процессе не существует случайность. Напротив, ее участие мы необходимым образом предполагаем, но так, что источник случайности лежит вне волновой функции. Действительно, создание случайности (которую лучше назвать при этом псевдослучайностью) внутри автономной системы свойственно моделям с сильной нелинейностью, которая наверняка бы испортила привычные черты уравнения Шредингера. Таким образом, мы предполагаем, что «скрытые параметры» приходят со стороны, а это никаких противоречий с обычными определениями непосредственно не вызывает — внешние факторы включаются в игру как «возмущения».

Но как же может себя проявлять переход в макромир? С математической точки зрения трудно вообразить, чтобы от малого возмущения волновая функция могла переродиться в объект совсем иной природы — в распределение вероятностей чего-либо в фазовом пространстве. (Не надо забывать, что для перехода к вероятностям значение волновой функции умножается на комплексно сопряженное, поэтому линейное уравнение Фоккера-Планка из уравнения Шредингера никак не получится.)

Остается доказать, что на самом деле и в макромире описание объекта дается волновой функцией. Тогда становится понятным, почему возможны опыты без прерывания над одним и тем же объектом, иногда даже над отдельным электроном, отличные от подразумевавшихся Бором и др., опыты по схеме «пуск — непосредственный результат», к которым, собственно говоря, и прилагался постулат Борна. В макромире существенно лишь, чтобы было остановлено неизбежное в линейной теории расплывание волны-частицы на большую протяженность и чтобы не возникала дискретная неопределенность. То есть в каждый момент показание прибора было предельно конкретным: «да» или «нет», но не может быть квантовой неопределенности.

## § 2. Необратимость

Замечание в последнем предложении можно выразить как неизбежность необратимой эволюции в промежуточной зоне «мезомира» между макромиром и микромиром. Действительно, с точки зрения микромира возможны произвольные волновые функции  $\psi(x)$ , например, для координаты  $x$ . После эволюции в промежуточной зоне остаются возможными только локально концентрированные  $\psi(x)$ , близкие к  $\delta$ -функциям в микроскопическом понимании. По современной терминологии речь идет об уменьшении энтропии. Образно говоря, микромир можно сравнить с бу-

тылкой с узким горлышком, которая содержит все многообразие различных характеристик объекта. Но вытянуть рукой через это узкое горлышко удается не все содержимое, а только некоторую часть. Вообще, объекты макромира обладают меньшей информационной емкостью, чем в микромире.

Но необратимость является еще весьма широким понятием, не подсказывающим непосредственно структуру нелинейных уравнений, в отличие от ситуации на ранних стадиях развития квантовой механики, когда в выборе уравнений было что-то навязчивое и разные авторы изобретали порой одно и то же [1]. Тем не менее, некоторые общие свойства такой нелинейности установить можно, руководствуясь аналогией с поведением физических свойств Земли и, в частности, жизни на ней. Все, даже древние египетские жрецы, говорят, что Солнце дает жизнь Земле. Но нужна еще оговорка, что Солнце+Земля не является изолированной системой. Иначе если бы Земля осталась наедине с Солнцем, то нагрелась бы до его температуры и попросту испарилась бы. Но на самом деле Земля находится - в основном ночью, но отчасти и днем — во взаимообмене теплом с холодным мировым пространством. Это практически односторонний обмен, сводящийся к отбрасыванию отработанной энергии. Наш земной мир постоянно приносит в жертву лишнюю энтропию, но именно благодаря этому на Земле существуют и развиваются конкретные вещи.

Того же самого надо добиваться в общем плане и в квантовой механике. Мы вводим некое гипотетическое  $\lambda$ -поле, у которого отсутствует обычное взаимодействие с веществом нашего мира, но существует нелинейное взаимодействие с волновыми функциями. Для  $\lambda$ -поля существенно требовать, более или менее явно, свойства самообновления и самогашения — для отвода накапливающейся энтропии.

Остается другой вопрос: с какой комбинацией кооперируется вспомогательная функция  $\lambda(t)$ . В наших выкладках, детали которых мы приводим в другом месте, такая комбинация составляется по типу корреляции между двумя статистическими характеристиками, но образуется не из вероятностей, а из значений самих волновых функций. Притом это образование происходит по типу комплексного евклидова, а не так называемого унитарного пространства. В последнем случае, как показывают наши исследования, корреляционная характеристика ведет себя слишком «пассивно». Первый случай дает более полезные результаты. Если не вводить новых членов, мы приходим к экспоненциальному затуханию корреляций.

В итоге, если нет обычного взаимодействия между двумя признаками, асимптотически система приходит к их взаимной независимости. Такая квантовая независимость — волновая функция в целом есть произведение

волновых функций по отдельным характеристикам — фактически и так используется в роли начального условия, например, в теории рассеяния, но без всякого объяснения. Мы же даем, таким образом, все же некоторое обоснование.

Стремление к независимости может иметь неожиданные и важные следствия. Именно, если не мешают универсальные законы сохранения энергии, импульса и момента, то стремление к независимости через нелинейность может спровоцировать «обход» запретов на некоторые переходы, а тогда ход процесса не будет поддаваться описанию в рамках обычной линейной квантовой теории.

Более сложная нелинейность связана с предполагаемым введением дополнительной степени свободы, «нерабочей» по отношению к обычным взаимодействиям, описываемым линейным уравнением Шредингера. Таким образом, вводим две последовательности значений волновой функции  $\psi_1, \psi_2\dots$  и  $\psi'_1, \psi'_2\dots$ , различия между которыми чувствуются только при взаимодействии с внешним  $\lambda$ -полем. Такое взаимодействие осуществляется, помимо выше упоминавшихся корреляторов первого рода, как, например,  $\psi_1\psi'_2 - \psi_2\psi'_1$ , через корреляторы второго рода  $\psi_1\psi_2 + \psi'_1\psi'_2$  и т.д., напоминающие формирование коэффициента корреляции в векторном случайному процессе размерности 2. При включении нелинейного механизма для корреляторов того и другого типа все они стремятся к нулю. А это означает расщепление волнового пакета так, что в результате случайной конкуренции побеждает какая-то одна пара  $\psi_n, \psi'_n$ . Таким образом, разрешается известный парадокс кошки Шредингера.

Остается, однако, проблема конкретизации тех степеней свободы, по которым происходит расщепление волновых пакетов. Просто сказать, что макромир «не терпит» вообще распространения, расплывания волнового пакета на значительные расстояния, очевидно, нельзя. Опыт как раз показывает расплывание фотонов на большие, если не на космические расстояния (дифракция от края Луны, гравитационное линзирование). Надлежит думать, что в нелинейные взаимодействия вступают частицы собственно вещества с конечной массой покоя. Но и здесь можно заподозрить, что не все частицы активны в этом отношении.

Подобные вопросы, в конце концов, может решить только опыт, начиная с сопирания фактов (зачастую просто утаиваемых), необъяснимых с позиций «ортодоксальной» квантовой механики.

\* \* \*

1. Джеммер М. Эволюция понятий квантовой механики. М.: Наука, 1985.
2. Вайнберг С. Мечты об окончательной теории / пер. с англ. М.: УРСС, 2004.

Поступила в редакцию 01.09.08

**B. P. Kondratyev, M. A. Antonov****ABOUT PROSPECTS OF DEVELOPMENT NONLINEAR QUANTUM MECHANICS**

Physical arguments for inevitability of invertible evolution of wave function in intermediate zone between microworld and macroworld are considered. The objects of the macroworld must possess the smaller information capacity, than in microworld. The nonlinear equations of quantum mechanics are discussed.

*Keywords:* microworld, mezoworld, macroworld, nonlinear Schredinger equations, evolution of wave function.

Кондратьев Борис Петрович,  
доктор физико-математических  
наук, профессор,  
ГОУВПО «Удмуртский  
государственный университет»,  
426034, Россия, г. Ижевск,  
ул. Университетская, 1 (корп. 6)  
E-mail: kond@uni.udm.ru

Kondratyev Boris Petrovich,  
doctor of physical-mathematical  
science, professor  
E-mail: kond@uni.udm.ru

Антонов Вадим Анатольевич,  
доктор физико-математических  
наук, ведущий научный  
сотрудник ГАО РАН  
196140, Россия,  
г. С.-Петербург

Antonov Vadim Anatolievich,  
doctor of physical-mathematical  
science, professor